

Settembre 2018.

Gli appunti dattiloscritti di Carlo Felice Manara, *senza data*, qui reimpaginati sono stati *presumibilmente* redatti nel 1981 in relazione all'intervento al Convegno di studi del 1981 a Livorno, pubblicato col titolo

[Il contributo di Enriques alla Matematica contemporanea](#),

nel volume *Federigo Enriques: approssimazione e verità*, a cura di Ornella Pompeo Faracovi. Belforte, Livorno, 1982, pp. 25-42. Nello stesso volume, riguarda il tema della Didattica l'intervento di Modesto Dedò: *Federigo Enriques e la matematica elementare*.

Un articolo di CFM più breve, con la stessa struttura del precedente, è

[Protagonisti della cultura italiana del Novecento - Federigo Enriques](#). Nuova Secondaria, (VI), 5 (1989), 84-85.

Molti riferimenti ai contributi didattici di F. Enriques si trovano in altri testi di CFM.

Un altro contributo organico di Carlo Felice Manara su F. Enriques si trova in

[Federigo Enriques et David Hilbert](#). Epistemologia, (IV/1,1981), 189-204. (Pubblicato anche in *Un Siècle dans la philosophie des mathématiques*. Office International de Librairie. Bruxelles, 1981, pp. 189-204).

Infine ricordiamo l'articolo *Federigo Enriques*, a firma di CFM e Modesto Dedò, in *Periodico di Matematiche*, s. 4, v. 44, 1966; un fascicolo del *Periodico* fu dedicato alla memoria di F. Enriques, nel ventesimo anniversario della morte, avvenuta il 14 giugno 1946.

ENRIQUES - DIDATTICA

Indice

La figura di F. Enriques, p. 2

Sul ruolo dell'errore, p. 5

Vero e falso rigore, p. 6

Postulati e teoremi dal punto di vista didattico, p. 7

Ancora sull'errore, p. 8

Note, p.8



Papiri alla Fonte Aretusa

La figura di Federigo Enriques, storico, filosofo, matematico è tanto complessa e il campo delle attività che furono sue è talmente vasto che appare difficile prendere coscienza di tutto quello che ha fatto e che ha diretto. Pertanto ancora oggi appare non solo possibile, ma addirittura utile, prendere in considerazione alcuni aspetti particolari della sua figura, che meritano di essere messi in risalto nel gran mare della sua attività e della sua produzione. Ci pare quindi non inutile prendere in considerazione ciò che egli fece come didatta, per varie ragioni. Anzitutto perché Enriques tradusse nella didattica tutta la sua profondità di conoscenza storica della Matematica, in particolare della Matematica greca, e trasferì in particolare nella didattica della Geometria, con dei libri che sono rimasti classici per molte generazioni di Italiani, la sua conoscenza di Euclide e della Geometria greca. In secondo luogo perché in lui la Matematica era soltanto un aspetto del suo modo di pensare e della sua filosofia, intinta di un eclettismo razionalistico che però non gli faceva dimenticare i problemi della vita reale e della storia. Anzi lo metteva in contrasto con alcune correnti del suo tempo, tanto dal punto di vista del positivismo che dal punto di vista del formalismo logico (si veda la garbata polemica con Burali-Forti (*)).

(http://www.mathesisnazionale.it/mathesisbcp/archivio-storico-articoli-mathesis/233_294.pdf)

Infine perché Enriques aveva vivissima nella sua stessa vita, nel suo modo di ricercare e di fare scienza, la vocazione del maestro.

Chi lo ha conosciuto direttamente testimonia che le sue giornate erano praticamente delle conversazioni, nelle quali egli profondeva le sue meditazioni e le sue intuizioni agli ascoltatori, in modo che la ricerca diventava automaticamente insegnamento e l'insegnamento diventava ricerca, secondo quello stile peripatetico della antica Accademia, nella quale il maestro non separava la propria vita dagli scolari e la scienza veniva costruita insieme, con uno sforzo di ricerca e di chiarimento che serviva tanto alla sua formazione che alla sua comunicazione. Ancora una volta coloro che hanno avuto diretto contatto con lui sanno bene che egli continuamente ritornava con visione critica sulle proprie opere, in modo che la lettura successiva non lo soddisfaceva mai. Vale la pena anche di osservare quale grande sia il numero delle opere che portano accanto al suo nome quello di uno dei suoi collaboratori (Enriques e Amaldi, Enriques e Chisini, Enriques e Concina, Enriques e De Santillana, Enriques e Campedelli...). Ciò testimonia di quello che dicevamo prima, cioè del fatto che i suoi libri erano anzitutto "conversati", cioè nascevano da lezioni e da conversazioni che egli faceva ai suoi scolari in modo che la discussione fosse inerente alla natura stessa dell'opera.

Va infine ricordato che la sua battaglia contro il formalismo lo portava ad una concezione tutta sua del rigore matematico, considerazione nella quale il formalismo non prendeva mai il sopravvento sulla intelligenza, cioè la critica era affidata soprattutto all'analisi critica piuttosto che alla coerenza degli sviluppi formali. In questa luce è oggi possibile comprendere la sua battaglia contro il formalismo logico, che andava facendo ai suoi tempi le sue prime prove, ed in questa luce pare anche di poter spiegare alcune incomprensioni dell'opera di Enriques da parte di alcuni contemporanei che non apprezzano la sua diretta visione delle cose, e non sono in grado di ricostruire la sua opera critica sostanziale nella viva partecipazione della sua frequentazione. È infatti anche troppo facile ribattere a coloro i quali si lamentano di poco "rigore" in certi suoi atteggiamenti il fatto che la sua critica spietata lo portava a costruire sempre degli esempi degli enti che considerava e che la sua intuizione folgorante lo portava a non accontentarsi mai di definizioni nominali.

Ma per tornare alla considerazione della sua didattica vale la pena di osservare che oggi la "moda", per tante ragioni che sarebbe troppo lungo esaminare, porta ad accentuare i problemi della didattica della matematica, che si vorrebbero collegare da un lato ad una certa concezione formalizzante rigorosa e dall'altro ad una approfondita analisi psicologica dei procedimenti mediante i quali la mente umana costruisce i concetti e forma le leggi della logica. Orbene proprio in questi argomenti si manifesta in modo particolare la modernità di Enriques e la sua opera quasi di precursore, perché appare ogni volta evidente nella sua opera di ricercatore e di insegnante la preoccupazione di far "vedere" le cose, cioè

la preoccupazione di andare a ricercare la genesi psicologica dei concetti della Geometria, in guisa che la trattazione di questa scienza non fosse una astratta sequela di postulati e di teoremi, ma fosse sempre in strettissimo contatto con la realtà.

(Ricordare la descrizione della genesi dei concetti della Geometria che c'è nell'edizione dei Collectanea del 1900 e nell'edizione della Geometria proiettiva. Ricordare anche la disputa con Burali-Forti a proposito della definizione del vettore).

NdR

Si può fare riferimento al Sito

<http://www.federigoenriques.org/it/>

dove è scansionata l'Edizione Nazionale delle opere di Federigo Enriques.

In particolare

[1900_4] Questioni riguardanti la Geometria elementare, Enriques, F. ed., Zanichelli, Bologna, 1900. Ediz. successive ampliate, recanti il titolo Questioni riguardanti le matematiche elementari. Ripubblicato in [1912_6] (II ediz., parte I). Ripubblicato in [1914_4] (II ediz., parte II). Ripubblicato in [1924_6] (III ediz., parte I, vol. I). Ripubblicato in [1925_4] (III ediz., parte I, vol. II). Ripubblicato in [1926_3] (III ediz., parte II). Ripubblicato in [1927_6] (III ediz., parte III). Ripubblicato in [1983_3] (rist. anast.). Ripubblicato in [1990_4] (rist. anast.). Tradotto in [1907_3] (trad. ted.). Tradotto in [1911_4] (trad. ted.). Tradotto in [1923_2] (trad. ted., II ed.). Tradotto in [1907_7] (trad. russo). Tradotto in [1921_9] (trad. sp.). Tradotto in [1948_02] (trad. sp., II ed.). Tradotto in [1927_8] (trad. parz. fr.). | [zbl](#)

[1906_5] Enriques, Federigo, Problemi della Scienza, Zanichelli, Bologna, 1906. Ripubblicato in [1909_5] (II ediz.). Ripubblicato in [1926_5] (rist.). Ripubblicato in [1985_1] (anast.). Ripubblicato in [1958_1] (parz rist.). Ripubblicato in [1975_1] (parz rist.). Tradotto in [1910_3] (trad. ted.). Tradotto in [1914_8] (trad. ing.). Tradotto in [1943_4] (trad. ing., rist.). Tradotto in [1909_7] (trad. fr., parte I). Tradotto in [1913_4] (trad. fr., parte II). Tradotto in [1919_5] (trad. fr., ried.). Tradotto in [1911_5] (trad. russa., parte I). Tradotto in [1947_2] (trad. sp., parte I). Tradotto in [1947_3] (trad. sp., parte II). | [zbl](#)

Ma la preoccupazione di Enriques nell'opera didattica manifesta la sua modernità e anzi la sua perenne vitalità nella visione di ciò che egli chiama "Insegnamento dinamico", nella famosa prefazione programmatica della serie IV del "Periodico di Matematiche" (1921). In questo senso si potrebbe dire che l'opera di Enriques è di tale statura che la moderna tendenza all'insegnamento attivo, e tutte le prediche dei pedagogisti che sono venute in seguito, ci appaiono come delle stanche ripetizioni di ignari epigoni. Si trovano nella prefazione citata delle frasi che dimostrano chiaramente come la sua opera fosse sempre diretta a stimolare nel suo uditorio la costruzione in proprio dei concetti e il rispetto della acquisizione autonoma di una sistemazione della scienza. In questo la visione di Enriques prendeva le mosse dalla sua conoscenza della storia e dalla sua filosofia.

Di fronte a chi presentava certe cose del nostro tempo come delle scoperte dell'ultima ora egli ricordava quasi con una punta di ironico richiamo il fatto che tali problemi erano già stati investigati, e forse con ben altra acutezza se pure con minore apparato formale, dalla Matematica greca. Ed in questo stava la sua appassionata ricerca dei classici, come di colui che cerca i problemi perenni dello spirito e non quelli caduchi, i problemi vogliamo dire che sono di ieri, di oggi e di domani perché sono problemi dell'uomo in quanto tale. Tuttavia, d'altra parte, il suo rispetto per la storia e per l'intelligenza dell'uomo lo portava ad una sorta di antipatia per le formulazioni fisse, per le presentazioni "di scuola", e lo portava quasi naturalmente a non accettare le rivendicazioni nazionalistiche proprio quando sospettava in esse una chiusura artificiale alla suprema libertà dello spirito.

Il fatto saliente che egli considerava soprattutto l'insegnamento come dinamico, cioè come opera che suscita la nascita dell'idea nella mente altrui e la formazione attiva di una sistemazione logica delle conoscenze, spiega anche quel suo atteggiamento, che potrebbe anche essere frainteso, di posizione "aristocratica" della scienza e della ricerca, che viene spiegato così bene nella prefazione al monumentale "Trattato" e viene ulteriormente ribadito nella Nota storica al III volume, [§19, pg.151]. Quivi si parla dell'evoluzione storica della Geometria algebrica e si ricorda come la scoperta dell'esistenza di trasformazioni birazionali ma non proiettive portasse qualcuno ad illudersi sulla esistenza della "tic tac

geometria!”. E si mette in luce come l’esistenza di trasformazioni birazionali, invece di provocare una formalizzazione e il conseguente isterilimento delle ricerche, provocò invece la loro estensione, perché tali trasformazioni vennero assimilate nella geometria algebrica ed anzi contribuirono a costruire il gruppo caratteristico (nel senso Kleiniano del termine) di questa.

Pertanto questa visione “aristocratica” non costituisce una chiusura a disprezzo del prossimo, né vuole essere una esclusione dai benefici della scienza del pubblico che ne abbia la volontà, ma costituisce veramente la continuazione della sua visione della scienza, considerata come arricchimento di spiriti invece che come trasmissione di nozioni. Il che si inquadra del resto anche con la concezione del “Trattato” che è spiegata nella suddetta prefazione.

<http://www.federigoenriques.org/>

[1915_2] Enriques, Federigo, Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche, Chisini, O. ed., I Zanichelli, Bologna, 1915. Seguito da [\[1918_1\]](#) (vol. II). Seguito da [\[1924_7\]](#) (vol. III). Tradotto in [\[1926_6\]](#) (ediz. fr.). Ripubblicato in [\[1929_7\]](#). Seguito da [\[1934_8\]](#) (vol. IV). Ripubblicato in [\[1946_3\]](#) (II ediz.). Ripubblicato in [\[1985_2\]](#) (rist. anast.). | [zbl](#)
[\[VISUALIZZA PDF\]](#)

Va detto bensì che certi atteggiamenti degli autori (tanto Enriques che Chisini) erano forse dovuti anche ad una incomprendimento delle difficoltà altrui, che non può essere fatta risalire a loro colpa e che semmai dimostra una estrema facilità da parte loro di discendere dalle premesse alle conclusioni, anzi addirittura di “vedere” le conclusioni nelle premesse, senza che essi considerino le difficoltà di deduzione della gente comune. In questo senso anche la visione aristocratica della meditazione e del possesso sicuro di pochi principi può bastare a chi conclude quando e come ne ha voglia con la massima facilità, ma pone problemi non sempre semplici a chi invece non possiede quella stessa facilità. Tuttavia resta sempre vero che, anche e vorrei dire soprattutto per chi ha una certa difficoltà nel percorrere in un senso o nel senso opposto l’arco dell’induzione e della deduzione, giova l’impostazione per principi e soprattutto l’insegnamento attivo, che non faccia perno sul formalismo ma che invece punti tutto sulla acquisizione di un metodo. Perché proprio a chi non ha la statura del genio che arriva da solo alla sintesi, fa comodo una presentazione della scienza che ne mette in evidenza i motivi fondamentali, che altrimenti da soli non si scoprirebbero.

In questo senso la concezione di Enriques e della scienza “aristocratica” si presenta invece come profondamente “democratica” (chiediamo scusa dell’uso convenzionale della parola in un contesto che non è completamente il suo abituale). In tal modo la formazione dell’uomo viene stimolata proprio in quello che ha di più positivo.

Rimane quindi da far rilevare il fatto che la visione didattica di Enriques si accompagnò sempre alla visione dell’aiuto agli insegnanti. Come è noto, nel 1923 il fascismo fece la sua riforma della scuola che, dal nome del ministro che allora la concepì e vi trasmise le sue ideologie, prese il nome di “riforma Gentile”.

.....

La visione dei classici in Enriques, insieme con l’appassionata difesa dello studio della lingua greca che la accompagna, ha soprattutto un ufficio di continuità e di chiarezza. Abbiamo detto, è la ricerca dei problemi perenni dell’uomo e della scienza, è il fastidio della nascita di problemi falsi dovuto alla presunzione o all’ignoranza storica, è il fastidio per i “parvenus” culturali, che pretendono di presentare sul tappeto come assolutamente nuovi dei problemi che sono vecchi quanto la stessa umanità pensante, e presentano poi delle soluzioni che sono ancora meno vive ed originali delle antiche, per non dire più formaliste e più superficiali. In questo senso anche il suo costante attaccamento alla filosofia ed alla storia, in quanto garanzie culturali della vivezza dei problemi della matematica, ha una significazione molto moderna.

Oggi la contestazione punta contro la cosiddetta “alienazione”; senza voler prendere posizione a proposito di queste e di altre grosse questioni, è del tutto evidente che nella scuola almeno la richiesta della “interdisciplinarietà” da parte



A. Mazzotta. *Errore...*

dei giovani rappresenta una chiara orientazione contro la alienazione in questo senso e pone ad ogni passo il problema del collegamento di una scienza con tutte le altre. Anche il problema di "a che cosa serve" viene spesso ripresentato, sotto forma di contestazione della preparazione professionale e come non accettazione di una visione staticamente data della scienza e delle sua logica interna. Ma il problema del collegamento è si direbbe più sentito, perché è proprio la visione chiusa di ogni singola scienza e di ogni insegnamento in compartimenti stagni a rendere chiusa ed alienata la mentalità e la visione del mondo.

Orbene proprio anche in questo campo la visione di Enriques si presenta come provvista di una grandissima modernità, perché la visione sua è quella della matematica come momento del pensiero e della storia, come manifestazione di una tendenza razionalizzante, che non è razionalismo perché non vuole invadere tutto, ma è senz'altro uno degli aspetti più importanti della condizione umana.

Sul ruolo dell'errore.

Il ruolo dell'errore viene visto in una dialettica che ne fa una componente essenziale del progresso della scienza; beninteso tuttavia si deve trattare di un errore, per così dire, "intelligente" o meglio, commesso da una persona intelligente. In pratica si direbbe che qui Enriques ha fatto il proprio autoritratto, nel senso che non pretendeva affatto di non errare mai, anche se qualche sua affermazione sulla "evidenza" di certe proposizioni possono fare pensare ad una certa affrettatezza od ad una certa presuntuosità nel credere alla propria intuizione, indipendentemente dal ragionamento. Tuttavia la sua immediata adesione alle verità o il suo pronto ricredersi dalla apparenza, il suo continuo scavare, in se stesso e negli altri, il suo continuo sottomettere a critica il proprio pensiero per ricercare l'essenziale, fa delle sue considerazioni sull'errore una lezione di didattica fondamentale; perché il grande maestro - si potrebbe dire in modo paradossale - non è soltanto quello che insegna la ricerca della verità, ma soprattutto l'emendamento dall'errore.

Ora vi sono varie specie di errore e questa classificazione era già stata fatta da Croce, per esempio, come anche da altri filosofi che durante la storia del pensiero umano avevano indagato su questo aspetto della vita intellettuale dell'uomo. Vi è un errore, nella Matematica soprattutto, che consegue semplicemente da una errata applicazione dell'algoritmo e che si potrebbe chiamare errore materiale, come un errore materiale dei calcoli. Ma questo errore non è molto frequente presso il grande matematico, perché egli trova sempre modo di non affidarsi ai calcoli, di non fare girare a vuoto la macchina dell'algoritmo, ma trova modo di controllare "a posteriori" i risultati dei calcoli e di constatare, con il giungere per due strade diverse alla conclusione, che ciò che il calcolo brutto ha dato non è che una componente materiale della conoscenza della verità.

Un secondo tipo di errore è quello che consegue dalle ardite estrapolazioni che partono dalle conoscenze note per divinare, per dir così, le conoscenze non ancora note. Sono state fatte moltissime considerazioni su questo aspetto della cosiddetta "intuizione" matematica; chi ha detto che si tratta soltanto di una rapidissima sintesi dei ragionamenti che dovrebbero essere fatti e che il grande matematico sorpassa di un salto, anche senza rendersene esplicitamente conto. Chi invece ha tendenza ad attribuire a questa qualità una specie di esistenza in proprio, che sarebbe superiore alle qualità dell'intelletto raziocinante, per attingere quasi la visione della verità immediata, quasi come in Teologia si ammette che i Beati abbiano una visione beatifica che dà loro la verità divina per intuizione intellettuale, senza bisogno di ragionamento. In questo ordine di idee si avrebbe quindi una intuizione della verità matematica che supera la conoscenza

per argomentazione, propria di tutti gli esseri umani.

Effettivamente il procedimento psicologico della scoperta matematica è stato indagato forse non a sufficienza e da parte di matematici anche di genio ci sono state date delle rilevazioni su tale procedimento che ne mettono in evidenza gli aspetti che rendono perplessi, piuttosto che spiegarlo in pieno. Ed Enriques era proprio una persona che meditava sui propri processi di intuizione così come meditava sulla storia della scienza.

In questo senso tuttavia c'è un'ulteriore lezione didattica da trarre dalle sue parole, perché l'errore non deve essere presentato come uno scandalo, così come non deve essere tale da bloccare lo sviluppo del pensiero, tanto del singolo che della storia della scienza. Al di là della lezione di "morale" che può essere tratta dal fatto che ciascuno di noi si accorge di cadere nell'errore oppure viene avvertito di questa caduta, vi è anche l'aspetto di stimolo dinamico che la caduta nell'errore può dare ad una precisazione dei concetti, ad una distinzione ulteriore all'uso appropriato di dati simboli, alla acquisizione di rette tecniche di ragionamento e soprattutto di induzione. Perché se è primariamente la cosiddetta intuizione che ci fa cadere in errore e se questa intuizione non è altro che un procedimento incosciente e brevissimo di induzione, allora la disciplina di questo procedimento è quella che soprattutto va imposta a se stessi per meditare bene sugli errori del passato (tanto nostri che della storia) per non cadere più in errori nel futuro.

In questo ordine di idee la scoperta di un errore è stimolante così come la scoperta dei paradossi e delle antinomie della logica matematica e non matematica lo è stata per la storia di questa scienza. Lungi dal fermare il progresso, la scoperta delle antinomie ha costituito lo stimolo per chiarire delle regole di sintassi, per indagare il significato di certe dimensioni semantiche e per giungere sostanzialmente a visioni più feconde e più vaste. Quindi si potrebbe anche pensare all'errore in termini semplicemente di non completa enunciazione delle ipotesi, così come nel secolo XIX molte dimostrazioni vennero classificate come "erronee" semplicemente perché certe ipotesi sulle quali esse si fondavano non venivano esplicitamente enunciate e quindi i teoremi stessi si trovavano in "contraddizione" quando venivano trovati dei controesempi.

Di questi "errori" Enriques non ha mai tenuto conto, perché era del parere che senza una certa dose di "buona fede" non vi fosse alcun teorema matematico rigorosamente enunciato, essendo impossibile enunciare ogni volta tutta la portata delle ipotesi, molte delle quali risultano evidenti dal contesto. Va rilevato tuttavia che anche questi cosiddetti errori sono utili nel senso che la necessaria precisazione delle ipotesi conduce a un chiarimento degli enunciati non soltanto, ma anche delle procedure di dimostrazione e di induzione.

Vero e falso rigore.

Il discorso di Enriques sull'errore e sulle sue conseguenze didattiche conduce necessariamente alla considerazione del vero e del falso rigore negli enunciati e nelle dimostrazioni e quindi anche alle conseguenze didattiche di queste concezioni. Qui il nodo tra la teoria e la pratica è ben difficile da risolvere e richiede quell'"esprit de finesse" di cui Enriques era un rappresentante così acuto e valido.

Infatti è ben vero che la Matematica dovrebbe essere una scienza che conduce alla chiarezza ed al rigore. Tutta la sua funzione formatrice è diretta a questi scopi e la stessa adozione dei simboli, lo studio delle regole sintattiche del simbolismo e l'apprendimento esatto di esse, l'educazione che questo uso rigoroso del simbolismo conferisce al discente è estremamente valida; così come la Geometria da parte sua costituisce un'educazione al chiarimento dei concetti, alla precisa enunciazione dei rapporti.

Ma esiste anche un rigore puramente formale che non impedisce l'errore intellettuale, sotto la comoda copertura della deduzione impeccabile. In questo senso va interpretata l'antipatia che Enriques aveva per la logica simbolica, che forse egli riteneva incapace di dare tutto il contenuto dei concetti, mentre la sua acutissima intelligenza gli permetteva di non farsi prendere negli equivoci del linguaggio comune, che gli serviva come strumento validissimo.

Anche qui vi è da trarre una grande lezione didattica da queste polemiche (ormai superate del resto) e da queste parziali incomprensioni, perché molto spesso le cosiddette “riforme” ed i rinnovamenti non fanno altro che sostituire un formalismo ad un altro, una pigrizia ad un'altra per dare un senso di fittizia sicurezza a chi non vuole accettare il compito della critica continua e della analisi dei fondamenti della propria conoscenza, ma viceversa affiderebbe tutta la difesa delle proprie posizioni ad una trattazione fatta “una tantum”.

RILEGGERE LA ANALISI CHE E. FA DELLA CONCEZIONE GEOMETRICA DI KANT. [Problemi della scienza]

Postulati e teoremi dal punto di vista didattico.

E. osserva giustamente che il rigore della trattazione non deve far dimenticare la presa sulla realtà che la Geometria deve avere, né il fondamento intuitivo concreto che tutta la matematica non può ripudiare. Si rileggano a questo proposito le considerazioni che egli fa a proposito degli enunciati dei postulati geometrici, e la avvertenza che egli fa ai docenti quando le trattazioni che siano anche “troppo rigorose” nel senso formale conducono a dimostrare ai ragazzi anche quelle proposizioni che appaiano evidenti. Il risultato sarebbe, egli dice giustamente, quello di far perdere interesse ai discenti o di far perdere loro la vera concezione dell'ufficio della dimostrazione; in sostanza si avrebbe qui una “perdita” di educazione invece che un guadagno, perché la matematica, e in particolare la Geometria, verrebbe presentata come una scienza vana, che si preoccupa di cose inutili.

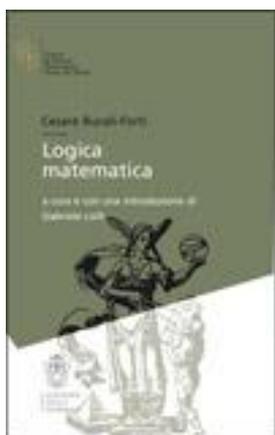
È superfluo far notare quanto sia ancora valido questo punto di vista, proprio ora che nuove concezioni didattiche vengono a sovrapporsi alle antiche e la tentazione della pigrizia è forte in coloro i quali credono che il seguire l'ultima moda didattica li dispensi dalla continua opera di formazione alla ricerca dei discenti a qualunque stadio di sviluppo intellettuale essi si trovino. Analoga considerazione potrebbe essere fatta a proposito degli enunciati nebulosi che si ripetono con definizioni continue susseguentisi per pagine e pagine e dei quali il discente non vede lo scopo, se non è guidato dal docente.

In questo campo sarebbe da dire che è ben vero che la completezza delle ipotesi e il rigore degli enunciati sono necessari; ma che, come questa completezza e questo rigore sono stati conquistati attraverso successivi progressi storici, e quindi sono la manifestazione di necessità che si sono storicamente manifestate, sarebbe buona regola didattica (non sempre rispettata) che queste necessità fossero in qualche modo rese evidenti con controesempi, in modo che il discente le veda e ne capisca i motivi. Senza di che la Matematica dovrebbe ridursi in ogni caso ad una vuota ripetizione di formule.

Ancora sull'intuizione e sulla genesi psicologica dei concetti della Geometria.

Si vedano a questo proposito le osservazioni che E. fa a proposito della definizione di vettore, data da Burali-Forti nel suo volumetto di Logica (*Logica matematica*, edito da Hoepli (1894)). (*) Sostanzialmente la critica che Enriques fa è che il concetto di vettore, che è stato escogitato per rendere le cose più facili e più atte a far presa sulla realtà, diventa a dir poco incomprensibile.

Effettivamente per chi conoscesse i suoi modi di procedere e la sua procedura di scoperta, fatta di intuizioni e di induzioni rapidissime, questa presentazione puramente formale che definisce il vettore come un operatore tra volume e volume è quanto mai accettabile. Tuttavia va detto che anche nella retta prassi didattica occorrerebbe che la presentazione "rigorosa" fosse ogni volta accompagnata dalla sua giustificazione, in modo che il discente non fosse oppresso dalla definizione che egli “non capisce” e che quindi ha tendenza ad imparare passivamente e comunque a dimenticare di conseguenza, perché non viene da essa stimolato



attivamente ma viene semplicemente oppresso esteriormente.

(*) Anche

Cesare Burali-Forti, a cura e con una introduzione di Gabriele Lolli, *Logica matematica*, Pisa, Edizioni della Normale 2012, vol. I, Edizione del testo, pp. LXIII-373, Isbn 978-88-7642-391-8, € 30,00 - See more at: <http://matematicaitaliana.sns.it/opere/468/>

Ancora sull'errore.

La considerazione della genesi dell'errore e del suo ufficio nel progresso della scienza ha anche dei riflessi didattici non trascurabili. Infatti la valutazione della personalità del giovane è anche troppo spesso fatta sui suoi errori. Dovrebbe l'insegnante tener conto del fatto che la correzione dell'errore è una delle fasi più importanti della educazione e della formazione scientifica, o meglio addirittura della formazione globale dell'uomo.

Tutto quanto si fa nella scuola dovrebbe essere diretto alla correzione dell'errore ed alla convinzione del fatto che l'errore è ineliminabile dal pensiero, ma che deve essere non condannato in blocco come tale, ma assunto dialetticamente come punto di partenza per una ulteriore ricerca verso l'avvicinamento alla verità, che del resto integralmente non verrà mai raggiunta, pur nella convinzione beninteso che ci siano delle costanti della conquista del pensiero umano che non possono essere ripudiate.

Si trae di qui quanto approssimata e superficiale sia la concezione che qualcuno si fa della Matematica, che appare come una scienza esatta, nella concezione brutale del termine, cioè una scienza che “dice delle cose giuste”, e di conseguenza quanto sia brutalmente ingenua la critica che si fa dell'insegnamento della Matematica. Si trova scritto, nella “*Lettera a una professoressa*”, che la correzione dei compiti di matematica è la più semplice di tutte, perché “..... quelli che non sono giusti sono sbagliati”. Quanto vi sia di incultura e di approssimazione in questo giudizio approssimato e ingenuo (se non in mala fede) appare immediatamente a chi abbia fatto anche soltanto un poco di ricerca matematica e sappia che anche la presentazione delle cose più semplici, appunto perché appaiono semplici, può portare con sé il rischio di errori gravi, tanto più gravi quanto maggiore è la presunzione di chi vorrebbe correggerli a macchina, con procedimenti che non tengano conto della motivazione della procedura che ha condotto all'errore stesso.

Note

1. Per Burali-Forti, si può vedere l'articolo di E. Luciano, C.S. Roero sulla Scuola di Peano, in <https://core.ac.uk/download/301864595.pdf>
2. Nel Sito del Centro Morin, nella rubrica *Per non dimenticare* curata da Gabriele Lucchini, si trovano i due articoli seguenti legati al tema Enriques - Didattica:

G. Lucchini	Per non dimenticare. Scheda IMSI/pnd n. 1. Federigo Enriques “Insegnamento dinamico”	20 11	F EB	1 3	
Enriques	Per non dimenticare. Insegnamento dinamico	20 11	F EB	2 0	

<http://www.centromorin.it/aspnuke207/>

3. Per le opere di Federigo Enriques si può fare riferimento al Sito

<http://www.federigoenriques.org>

dove è scansionata l'Edizione Nazionale delle opere di Federigo Enriques. In particolare: (*)

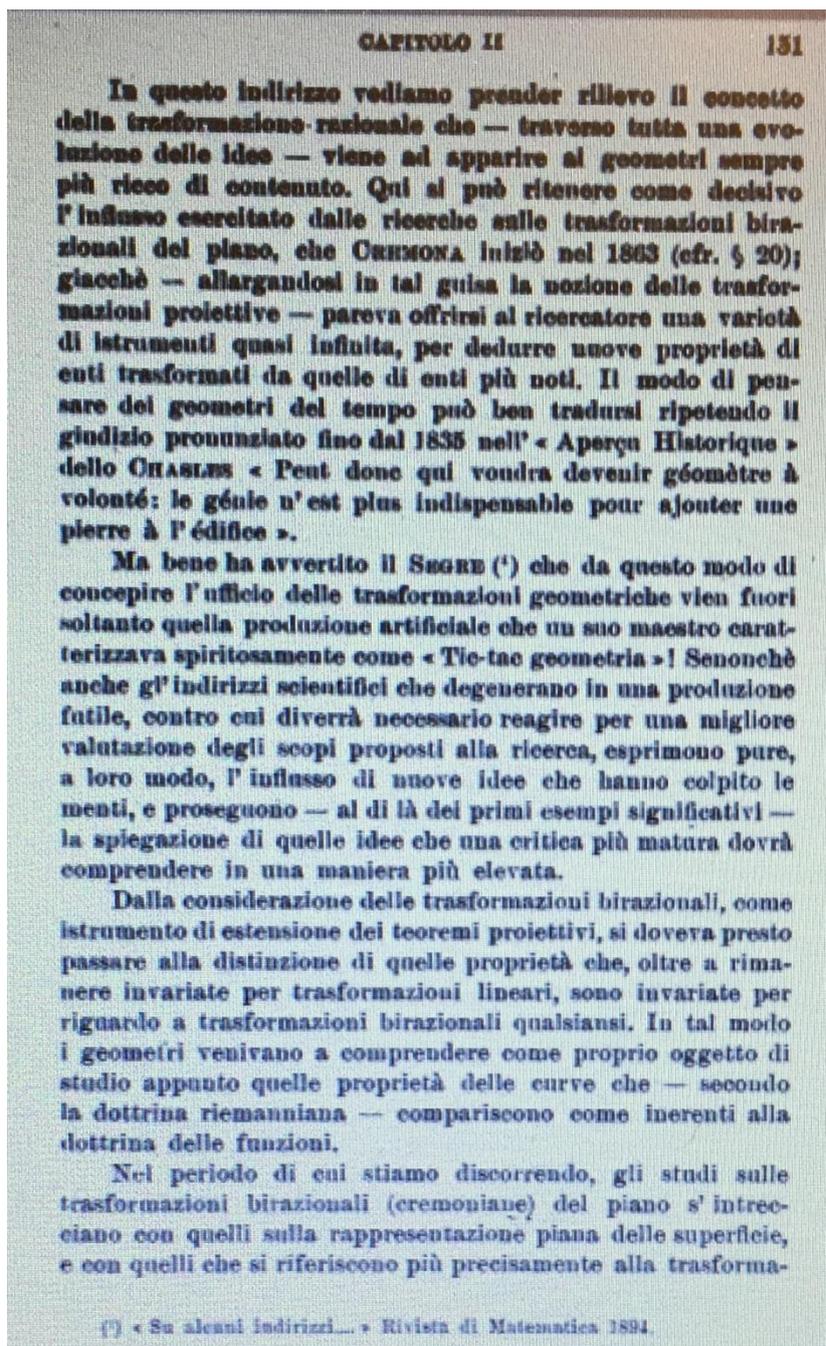
[1921_2] Enriques, Federigo, *Noterelle di logica matematica a proposito della seconda edizione del trattato di C. Burali-Forti: Logica matematica* (Milano, Hoepli, 1919), *Period. di Matem.* (s IV) I (1921), pp. 233-244. | [zbl](#)

[1921_3] Enriques, Federigo, *Polemica logico-matematica* (con C. Burali-Forti), *Period. di Matem.* (s IV) I (1921), pp. 360-365. Ripubblicato in [\[1988_2\]](#). | [zbl](#)

Inoltre ricordiamo il *Dossier Federigo Enriques*, a cura di Simonetta Di Sieno, in *Lettera pristem*, n. 19-20

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/federigo-enriques>

In particolare, è in tema l'articolo [Rileggendo "Insegnamento dinamico"](#), di Massimo Galuzzi.



Enriques, Federigo. *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*. Vol. III Zanichelli 1924. *Tic-tac geometria...*

Il maestro di C. Segre cui il testo si riferisce è Enrico D'Ovidio .